

Mathematik

Abiturprüfung 2024

Prüfungsteil A

Arbeitszeit: 80 Minuten

Bei der Bearbeitung der Aufgaben dürfen **keine Hilfsmittel** verwendet werden.

Zu den Themengebieten Analysis, Stochastik und Geometrie wählt der Fachausschuss jeweils eine Aufgabengruppe zur Bearbeitung aus. **Die zu einer Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil A dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.**

<hr/> <p>Name des Prüflings</p>

Das Geheft mit den Aufgabenstellungen ist abzugeben.

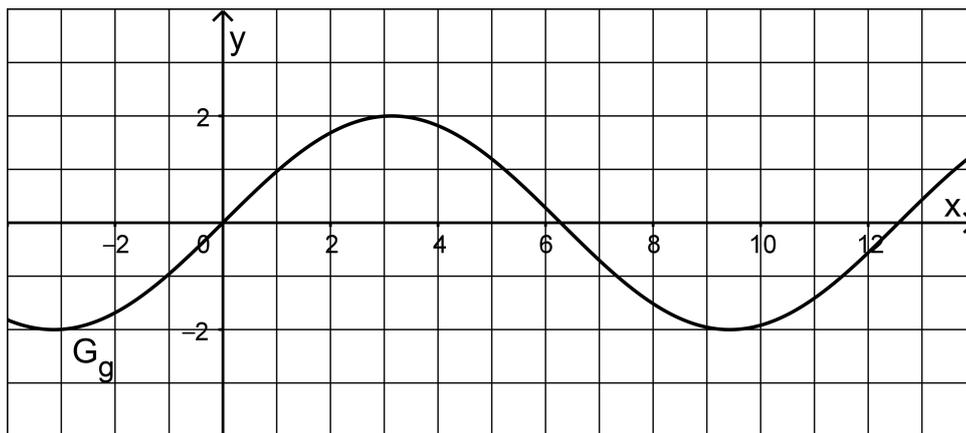
Analysis

Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

- 1 Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion $f : x \mapsto 8x^3 + 3x$ mit der Ableitungsfunktion f' .
- 2 a) Berechnen Sie $f'(1)$.
- 3 b) Bestimmen Sie einen Term derjenigen Stammfunktion F von f , deren Graph durch den Punkt $(-1|5)$ verläuft.
- 2 Die Abbildung zeigt den Graphen G_g der in \mathbb{R} definierten Funktion g mit $g(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$.



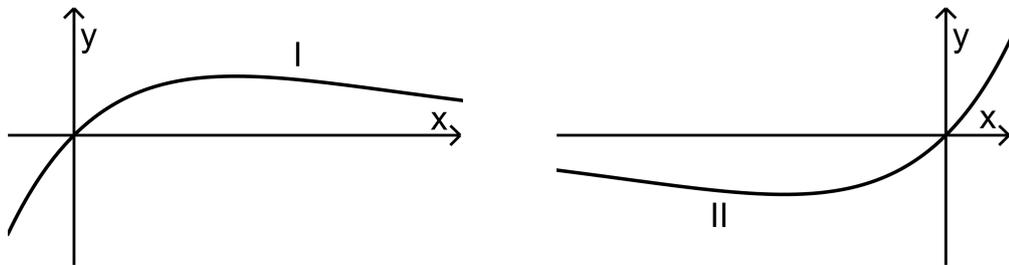
- 2 a) Beurteilen Sie mithilfe der Abbildung, ob der Wert des Integrals $\int_{-2}^8 g(x) dx$ negativ ist.
- 3 b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die folgende Aussage zutrifft:
Die Tangente an G_g im Koordinatenursprung ist die Gerade durch die Punkte $(-1|-1)$ und $(1|1)$.

(Fortsetzung nächste Seite)

3 Betrachtet wird die Schar der in \mathbb{R} definierten Funktionen f_a mit $f_a(x) = x \cdot e^{ax}$ und $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. Für jeden Wert von a besitzt die Funktion f_a genau eine Extremstelle.

2 a) Begründen Sie, dass der Graph von f_a für $x < 0$ unterhalb der x -Achse verläuft.

3 b) Die abgebildeten Graphen I und II sind Graphen der Schar; einer der beiden gehört zu einem positiven Wert von a . Entscheiden Sie, welcher Graph dies ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung.



2 4 a) Geben Sie einen Term einer in \mathbb{R} definierten Funktion g an, die den Wertebereich $[-2;4]$ hat.

3 b) Geben Sie einen Term einer in \mathbb{R} definierten Funktion h an, sodass der Term $\sqrt{h(x)}$ genau für $x \in [-2;4]$ definiert ist. Erläutern Sie die Ihrer Angabe zugrunde liegenden Überlegungen.

Analysis

Aufgabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

1 Gegeben ist die in $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$ definierte Funktion $f: x \mapsto \frac{x^2-9}{x+2}$.

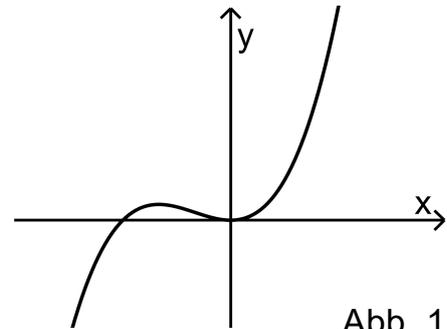
2 a) Geben Sie die Nullstellen von f sowie die Koordinaten des Schnittpunkts des Graphen von f mit der y -Achse an.

2 b) Geben Sie das Verhalten von f für $x \rightarrow -\infty$ sowie für $x \rightarrow +\infty$ an.

2 Gegeben ist die in \mathbb{R} definierte Funktion g mit $g(x) = x^3 + x^2$. Abbildung 1 zeigt den Graphen von g .

1 a) Geben Sie einen Term der ersten Ableitungsfunktion von g an.

4 b) Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von g mit der x -Achse einschließt.



3 Gegeben ist die in $[-3; +\infty[$ definierte Funktion $h: x \mapsto \sqrt{x+3} - 2$.

2 a) Beschreiben Sie, wie der Graph von h aus dem Graphen der in \mathbb{R}_0^+ definierten Funktion $w: x \mapsto \sqrt{x}$ hervorgeht.

4 b) Begründen Sie, dass h umkehrbar ist, und beschreiben Sie, wie der Graph der Umkehrfunktion h^{-1} von h aus dem Graphen von h hervorgeht.

Geben Sie den Definitions- und den Wertebereich von h^{-1} an.

(Fortsetzung nächste Seite)

4 Gegeben ist für jede positive reelle Zahl a die in \mathbb{R} definierte Funktion f_a mit $f_a(x) = ax^2$. Abbildung 2 zeigt den Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$ sowie die Tangente t an den Graphen von $f_{\frac{1}{2}}$ im Punkt $\left(4 \mid f_{\frac{1}{2}}(4)\right)$.

1 a) Geben Sie anhand von Abbildung 2 eine Gleichung der Tangente t an.

4 b) Weisen Sie nach, dass für jeden Wert $u \in \mathbb{R}$ die Tangente an den Graphen von f_a im Punkt $(u \mid f_a(u))$ die y -Achse im Punkt $(0 \mid -f_a(u))$ schneidet.

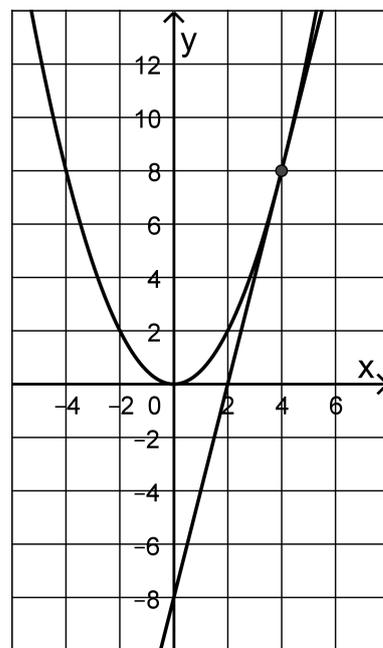


Abb. 2

Stochastik
Aufgabengruppe 1

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufgabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

Bei einem Spiel wird ein Würfel einmal geworfen und ein Glücksrad einmal gedreht. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert. Das Glücksrad hat zehn gleich große Sektoren, die mit den Zahlen von 1 bis 10 durchnummeriert sind. Man gewinnt das Spiel, wenn die mit dem Glücksrad erzielte Zahl kleiner ist als die mit dem Würfel erzielte Zahl, andernfalls verliert man das Spiel.

- 3 a) Zeigen Sie rechnerisch, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, das Spiel zu gewinnen, $\frac{1}{4}$ beträgt.
- 2 b) Das Spiel wird fünfmal gespielt. Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$ berechnet werden kann.

5

Stochastik

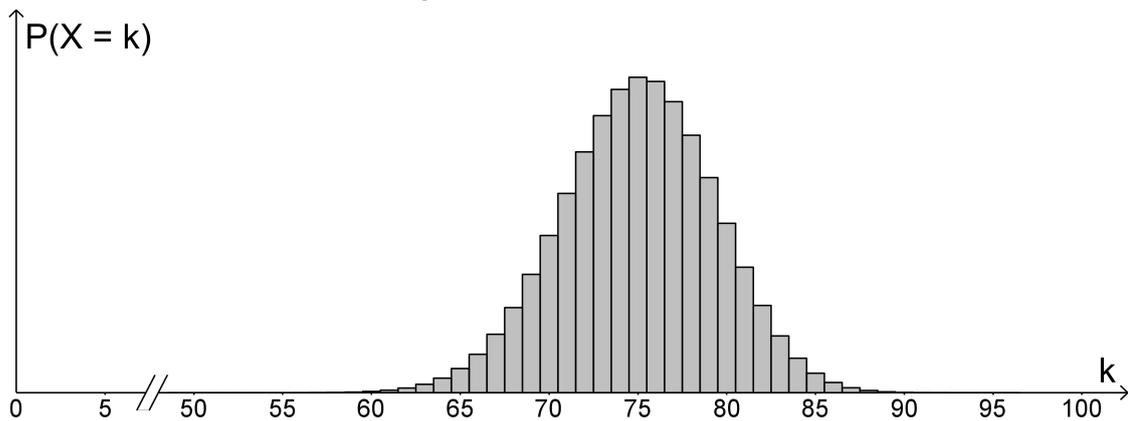
Aufabengruppe 2

Diese Aufgaben dürfen nur in Verbindung mit den zur selben Aufabengruppe gehörenden Aufgaben im Prüfungsteil B bearbeitet werden.

BE

Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht. Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt, wie oft dabei die Farbe „Blau“, die binomialverteilte Zufallsgröße Y , wie oft dabei die Farbe „Gelb“ erzielt wird.

- 2 a) Begründen Sie, dass X und Y die gleiche Standardabweichung haben.
- 3 b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig. Die Abbildung zeigt Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .



Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Sektoren des Glücksrads.

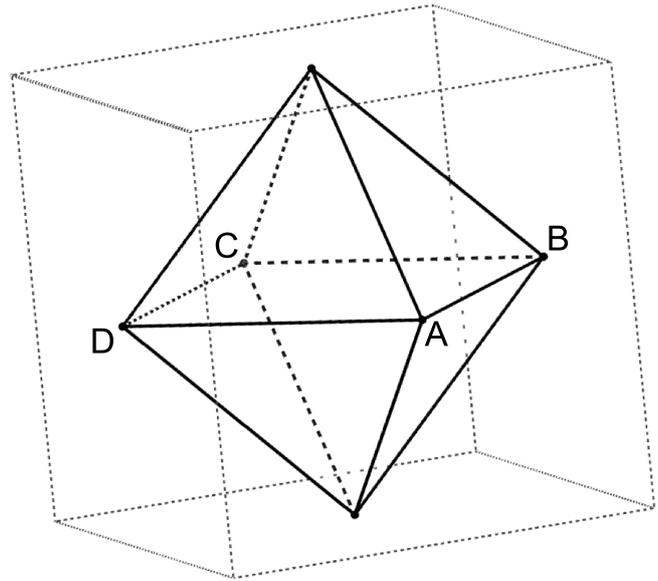
Geometrie

Aufgabengruppe 1 und Aufgabengruppe 2

BE

Die Mittelpunkte der Seitenflächen eines Würfels sind die Eckpunkte eines Oktaeders (vgl. Abbildung). Die Eckpunkte $A(1|2|1)$, B , $C(-3|-6|9)$ und D des Oktaeders liegen in der Ebene H mit der Gleichung $2x_1 + x_2 + 2x_3 - 6 = 0$.

- 2 a) Weisen Sie nach, dass die Kantenlänge des Würfels 12 beträgt.
- 3 b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines der beiden Eckpunkte des Oktaeders, die nicht in H liegen.



5