

**Bayerischer Mathematik-Test für die Jahrgangsstufe 10 der Gymnasien**

Name: \_\_\_\_\_

Note: \_\_\_\_\_

Klasse: \_\_\_\_\_

Bewertungseinheiten: \_\_\_\_\_ / 21

**Aufgabe 1**

Vereinfachen Sie die folgenden Terme jeweils so weit wie möglich.

a)  $\sqrt{90} \cdot \sqrt{10} =$

/ 1

b)  $\frac{6x^6}{2x^2} =$

/ 1

**Aufgabe 2**Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $g$  mit  $g(x) = x^2 - 4$ .a) Geben Sie die Nullstellen von  $g$  an.

/ 1

b) Beschreiben Sie, wie der Graph von  $g$  aus dem Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$  mit  $f(x) = x^2$  hervorgeht, und geben Sie die Wertemenge von  $g$  an.

/ 2

**Aufgabe 3**

In einem Behälter befinden sich 100 Kugeln, die mit den Zahlen von 1 bis 100 durchnummeriert sind. Es wird eine Kugel zufällig gezogen.

Betrachtet werden die folgenden Ereignisse:

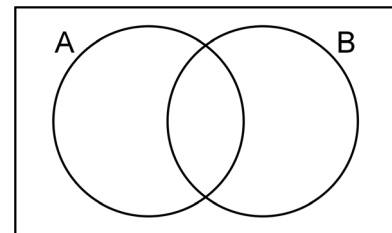
A: „Die Zahl auf der Kugel ist ungerade.“

B: „Die Zahl auf der Kugel ist einstellig.“

a) Geben Sie alle Zahlen an, die auf der gezogenen Kugel stehen können, wenn das Ereignis  $A \cap B$  eintritt.

b) Schraffieren Sie im abgebildeten Mengendiagramm die zu folgendem Ereignis passende Fläche:

„Die Zahl auf der Kugel ist ungerade oder einstellig.“



/ 1

/ 1

**Aufgabe 4**

In Deutschland leben ca. 85 Millionen Menschen; dies sind ca. 19% der Einwohner der Europäischen Union.

a) Geben Sie an, wie man mithilfe dieser Informationen die Einwohnerzahl der Europäischen Union berechnen könnte.

b) In Bayern leben ca. 13 Millionen Menschen. Einer der folgenden Terme beschreibt den Anteil der Einwohner Bayerns an den Einwohnern der Europäischen Union. Kreuzen Sie (nur) diesen an.

$\frac{13}{85 \cdot 0,19}$

$\frac{13}{85} \cdot 0,19$

$\frac{85}{13 \cdot 0,19}$

$\frac{85}{13} \cdot 0,19$

/ 1

/ 1

**Aufgabe 5**

Bei einer Gefahrenbremsung eines Pkw hängen die Länge des Reaktionswegs und die Länge des Bremswegs von der Geschwindigkeit des Pkw ab. In Anlehnung an im Alltag verwendete Faustregeln wird diese Abhängigkeit im Folgenden für eine trockene Fahrbahn mithilfe zweier in  $\mathbb{R}^+$  definierter Funktionen beschrieben:

Reaktionsweg	Bremsweg
$r : x \mapsto 3 \cdot \frac{x}{10}$	$b : x \mapsto \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{10}\right)^2$

Dabei ist  $x$  die Geschwindigkeit des Pkw in  $\frac{\text{km}}{\text{h}}$ ,  $r(x)$  die Länge des Reaktionswegs in Metern und  $b(x)$  die Länge des Bremswegs in Metern.

a) Ergänzen Sie folgenden Satz:

Bei einer Geschwindigkeit von  $120 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  ist der Reaktionsweg \_\_\_\_\_ m lang.

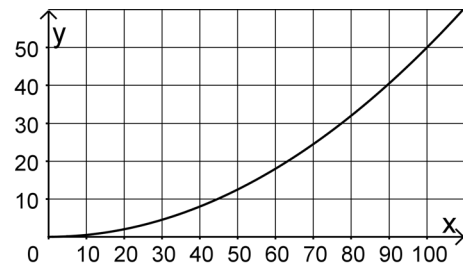
/ 1

b) Beschreiben Sie allgemein, wie sich die Länge des Bremswegs verändert, wenn die Geschwindigkeit verdoppelt wird.

/ 1

c) Die Abbildung zeigt den Graphen von  $b$ .

Zeichnen Sie den Graphen von  $r$  in die Abbildung ein und lesen Sie die Geschwindigkeit ab, für die im Falle einer Gefahrenbremsung der Bremsweg genauso lang ist wie der Reaktionsweg.



/ 2

d) Erfolgt eine Gefahrenbremsung nicht auf trockener, sondern auf eisglatter Fahrbahn, so bleibt der Reaktionsweg gleich lang, der Bremsweg wird jedoch  $k$ -mal so lang ( $k > 1$ ), d. h. die Länge des Bremswegs wird mithilfe der in  $\mathbb{R}^+$  definierten Funktion  $B : x \mapsto k \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{10}\right)^2$  beschrieben.

Die Länge des Anhaltewegs ist die Summe der Längen von Reaktions- und Bremsweg.

Berechnen Sie den Wert von  $k$ , wenn bei einer Geschwindigkeit von  $10 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  der Anhalteweg auf einer eisglatten Fahrbahn 9 m lang ist.

/ 2

**Aufgabe 6**

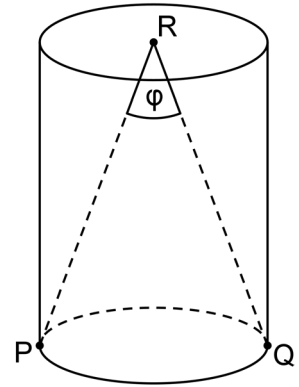
Gegeben ist ein Zylinder mit der Höhe 8; seine Grundfläche ist ein Kreis mit Radius 3.

a) Kreuzen Sie (nur) denjenigen Term an, der das Volumen des Zylinders angibt.

- $144\pi$       $72\pi$       $48\pi$       $24\pi$       $12\pi$       $6\pi$

b) Die Strecke  $\overline{PQ}$  ist ein Durchmesser der Grundfläche des Zylinders; der Punkt R ist der Mittelpunkt der Deckfläche. Im Dreieck PQR wird der Innenwinkel bei R mit  $\varphi$  bezeichnet (vgl. Abbildung).

Bestimmen Sie mithilfe geeigneter Eintragungen in der Abbildung den Wert von  $\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ .



/ 1

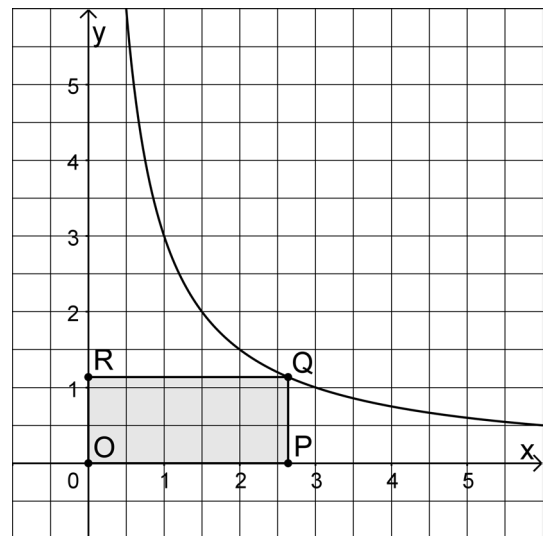
/ 2

**Aufgabe 7**

Die Abbildung zeigt den Graphen der in  $\mathbb{R}^+$  definierten Funktion  $f: x \mapsto \frac{3}{x}$ .

Die Punkte  $Q\left(a \mid \frac{3}{a}\right)$  mit  $a \in \mathbb{R}^+$  liegen auf dem Graphen von  $f$ . Für jeden Wert von  $a$  wird das Rechteck OPQR betrachtet, von dem zwei Seiten auf den Koordinatenachsen liegen. Die Abbildung stellt die Situation für einen bestimmten Wert von  $a$  dar.

a) Geben Sie für  $a = 2$  die Seitenlängen des Rechtecks an.



/ 1

b) Zeigen Sie, dass das Rechteck für jeden Wert von  $a$  den Flächeninhalt 3 hat.

/ 1

c) Es gibt einen Wert von  $a$ , für den Q auf der Gerade mit der Gleichung  $y = x$  liegt. Geben Sie diesen Wert exakt an.

/ 1