

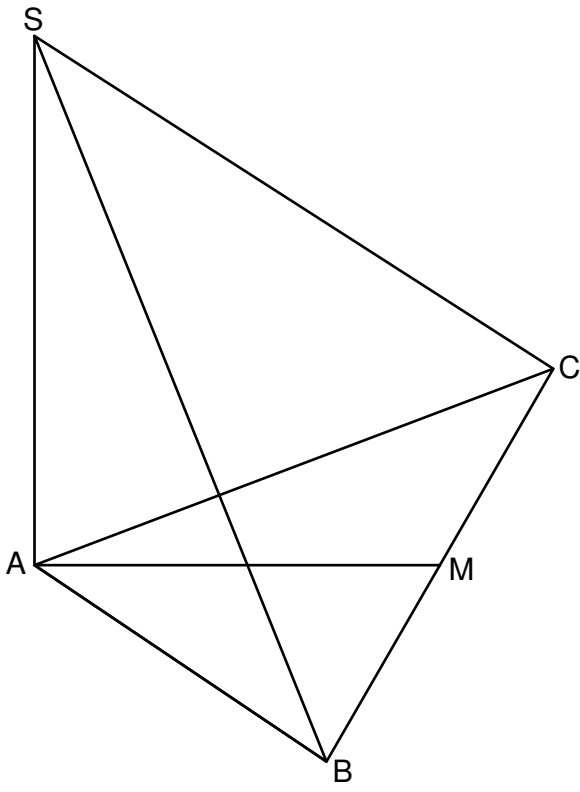


Mathematik I

Aufabengruppe A

Haupttermin

AUFGABE A 1: RAUMGEOMETRIE

A 1.0			
A 1.1	$q = \frac{2}{3}$	1	L 3 K 4
A 1.2	Ergänzen der Zeichnung zum Schrägbild der Pyramide ABCS	1,5	L 3 K 4

AUFGABE A 2: DATEN UND ZUFALL

A 2.1		2	L 5 K 3 K 4
A 2.2	$P = \frac{5}{25} + \frac{20}{25} \cdot \frac{5}{24}$ <p>...</p> $P = \frac{11}{30}$	2,5	L 5 K 3 K 5
A 2.3	<p>Man erhält beim 21. Ziehen mit einer Wahrscheinlichkeit von 100 % eine Kugel mit dem Buchstaben B. Erst wenn alle 20 Kugeln mit dem Buchstaben A gezogen wurden, befinden sich nur noch Kugeln mit dem Buchstaben B in der Urne.</p>	1,5	L 5 K 1
AUFGABE A 3: FUNKTIONEN			
A 3.1	$y_P = \frac{1}{\sqrt{142+2}}$ $y_P = \frac{1}{12}$	1	L 1 K 5
A 3.2	<p>Für $x > -2$ gilt: $\sqrt{x+2} > 0$ und somit $\frac{1}{\sqrt{x+2}} > 0$. Folglich besitzt f_1 keine Nullstelle.</p>	1	L 1 L 4 K 1
A 3.3	$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	1	L 4 K 2
			11,5

AUFGABE B 1: FUNKTIONEN

<p>B 1.0</p>			
<p>B 1.1</p>	<p>Einzeichnen der Dreiecke A_1BC und A_2BC</p> $3,5 = -0,75 \cdot \log_2(x+1) + 3 \quad x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = -0,37 \quad L = \{-0,37\}$ <p>Folglich gibt es für $x > -0,37$ Dreiecke A_nBC.</p>	<p>4,5</p>	<p>L 3 L 4 K 2 K 4 K 5</p>
<p>B 1.2</p>	$x_{A_3} = \frac{2+4,5}{2} \quad x_{A_3} = 3,25$ $A_3(3,25 \mid -0,75 \cdot \log_2(3,25+1) + 3) \quad A_3(3,25 \mid 1,43)$	<p>2</p>	<p>L 3 L 4 K 2 K 5</p>
			<p>6,5</p>

AUFGABE B 2: EBENE GEOMETRIE

<p>B 2.0</p>		
--------------	--	--

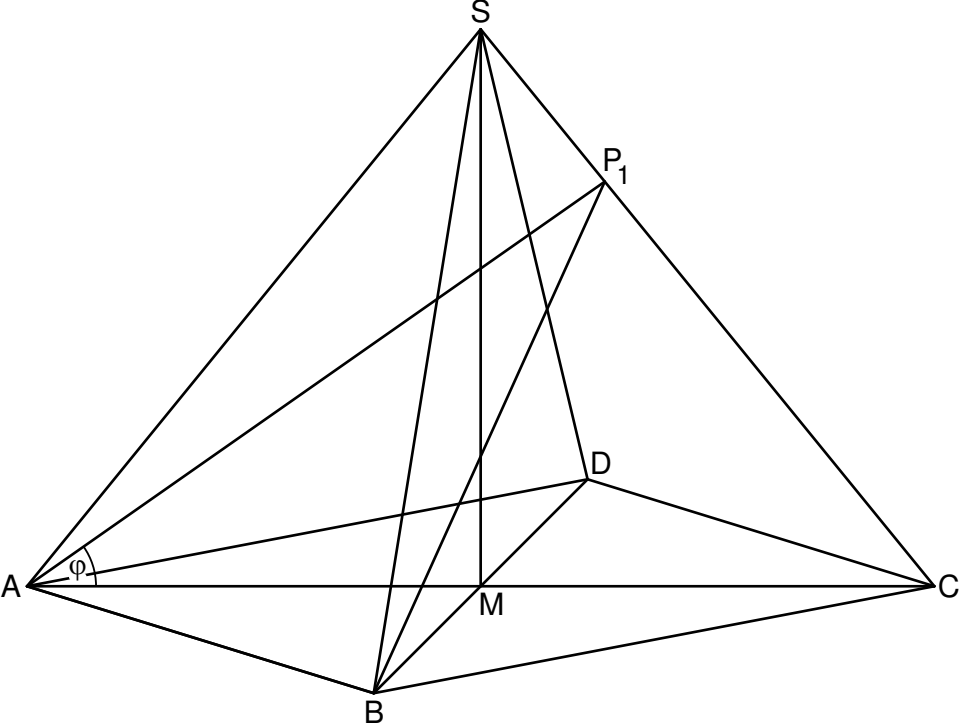
B 2.1	$\frac{ \overline{DP_n} }{\sin \varphi} = \frac{ \overline{CD} }{\sin(180^\circ - (\sphericalangle BDC + \varphi))}$ $\sphericalangle BDC = 90^\circ - \sphericalangle ADB$ $\tan \sphericalangle ADB = \frac{7}{5}$ $\sphericalangle BDC = 90^\circ - 54,46^\circ$ $\frac{ \overline{DP_n} }{\sin \varphi} = \frac{11 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (35,54^\circ + \varphi))}$ $ \overline{DP_n} (\varphi) = \frac{11 \cdot \sin \varphi}{\sin(35,54^\circ + \varphi)} \text{ cm}$ $ \overline{DP_1} = \frac{11 \cdot \sin 20^\circ}{\sin(35,54^\circ + 20^\circ)} \text{ cm}$ $ \overline{DP_1} = 4,56 \text{ cm}$	4	L 2 L 3 L 4 K 2 K 5
B 2.2	Einzeichnen des Dreiecks CDP_2	1	L 3 K 4
		5	

AUFGABE B 3: EBENE GEOMETRIE

B 3.1		2,5	L 3 L 4 K 4
-------	--	-----	-------------------

B 3.2	$\overrightarrow{OC_n} = \overrightarrow{OB_n} \oplus \overrightarrow{B_nC_n} \text{ mit } \overrightarrow{B_nC_n} = \overrightarrow{OD_n}$ $\overrightarrow{OB_n} \xrightarrow{O; \varphi=90^\circ} \overrightarrow{OB'_n} \xrightarrow{O; k=0,5} \overrightarrow{OD_n}$ $\begin{pmatrix} x \\ -0,25x+6 \end{pmatrix} \xrightarrow{O; \varphi=90^\circ} \begin{pmatrix} 0,25x-6 \\ x \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R}$ $0,5 \cdot \begin{pmatrix} 0,25x-6 \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,13x-3 \\ 0,5x \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R}$ $\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} x \\ -0,25x+6 \end{pmatrix} \oplus \begin{pmatrix} 0,13x-3 \\ 0,5x \end{pmatrix} \quad x \in \mathbb{R}$ $\overrightarrow{OC_n}(x) = \begin{pmatrix} 1,13x-3 \\ 0,25x+6 \end{pmatrix} \quad C_n(1,13x-3 \mid 0,25x+6)$	3,5	L 4 K 2 K 5
B 3.3	$u = 2 \cdot (\overline{AB_n} + 0,5 \cdot \overline{AB_n}) \quad u = 3 \cdot \overline{AB_n} $ $ \overline{AB_n} (x) = \sqrt{x^2 + (-0,25x+6)^2} \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $ \overline{AB_n} (x) = \sqrt{1,06x^2 - 3x + 36} \text{ LE}$ $u(x) = 3 \cdot \sqrt{1,06x^2 - 3x + 36} \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $u(x) = \sqrt{9,54x^2 - 27x + 324} \text{ LE}$	3	L 3 L 4 K 2 K 5
B 3.4	<p>Für den Punkt C_3 gilt: $x_{C_3} = 0$.</p> $1,13x - 3 = 0 \quad x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow x = 2,65 \quad L = \{2,65\}$ $u(2,65) = \sqrt{9,54 \cdot 2,65^2 - 27 \cdot 2,65 + 324} \text{ LE} \quad u(2,65) = 17,87 \text{ LE}$	2,5	L 3 L 4 K 2 K 5
B 3.5	<p>Wegen $C_4 \in g$ liegt auch die Strecke $\overline{B_4C_4}$ auf g. Folglich gilt: $\overline{AB_4} \perp g$. Unter den Strecken $\overline{AB_n}$ hat also die Strecke $\overline{AB_4}$ die kürzeste Länge. Wegen $u = 3 \cdot \overline{AB_n}$ hat somit das Rechteck $AB_4C_4D_4$ den minimalen Umfang.</p> $u(x) = \sqrt{9,54x^2 - 27x + 324} \text{ LE} \quad x \in \mathbb{R}$ <p>...</p> $u_{\min} = 17,46 \text{ LE für } x = 1,42$	4	L 3 L 4 K 1 K 5
			15,5

AUFGABE B 4: RAUMGEOMETRIE

B 4.1	 <p> $\cos \sphericalangle SCA = \frac{0,5 \cdot 12}{9,5}$ $\sphericalangle SCA = 50,83^\circ$ </p> <p> $\overline{MS} = \sqrt{9,5^2 - (0,5 \cdot 12)^2} \text{ cm}$ $\overline{MS} = 7,37 \text{ cm}$ </p>	4	L 2 L 3 K 4 K 5
B 4.2	Einzeichnen der Pyramide ACP_1B	1	L 3 K 4
B 4.3	$\frac{ \overline{AP_n} }{\sin 50,83^\circ} = \frac{12 \text{ cm}}{\sin(180^\circ - (\varphi + 50,83^\circ))}$ $ \overline{AP_n} (\varphi) = \frac{9,30}{\sin(\varphi + 50,83^\circ)} \text{ cm}$ $10 = \frac{9,30}{\sin(\varphi + 50,83^\circ)}$ <p>...</p> $\Leftrightarrow \varphi = 17,60^\circ$	3,5	L 3 L 4 K 2 K 5

B 4.4	$V(\varphi) = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9,30}{\sin(\varphi + 50,83^\circ)} \cdot 12 \cdot \sin\varphi \cdot 0,5 \cdot 8 \text{ cm}^3 \quad \varphi \in]0^\circ; 50,83^\circ]$ $V(\varphi) = \frac{74,40 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi + 50,83^\circ)} \text{ cm}^3$ $V(35^\circ) = \frac{74,40 \cdot \sin 35^\circ}{\sin(35^\circ + 50,83^\circ)} \text{ cm}^3 \quad V(35^\circ) = 42,79 \text{ cm}^3$ $V_{\text{ABCDS}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 7,37 \text{ cm}^3 \quad V_{\text{ABCDS}} = 117,92 \text{ cm}^3$ $\frac{117,92 - 42,79}{117,92} \cdot 100\% = 63,71\%$	5	L 1 L 2 L 3 L 4 K 2 K 5
B 4.5	<p>Es gilt: $V_{\text{ACP}_3\text{B}} + V_{\text{AP}_3\text{SB}} = 0,5 \cdot V_{\text{ABCDS}}$.</p> <p>Wegen $V_{\text{ACP}_3\text{B}} = V_{\text{AP}_3\text{SB}}$ folgt: $V_{\text{ACP}_3\text{B}} = 0,25 \cdot V_{\text{ABCDS}}$.</p>	2	L 3 K 1 K 2
15,5			

Hinweis: Bei einigen Teilaufgaben sind auch andere Lösungswege möglich. Für richtige andere Lösungen gelten die jeweils angegebenen Punkte entsprechend; die Anzahl der Punkte bei den einzelnen Teilaufgaben darf jedoch nicht verändert werden. Insbesondere sind Lösungswege, bei denen der (grafikfähige) Taschenrechner verwendet wird, entsprechend ihrer Dokumentation bzw. ihrer Nachvollziehbarkeit zu bepunkten.

Bei der Korrektur ist zu beachten, dass die Vervielfältigung der Lösungsvorlage zu Verzerrungen der Zeichnungen führen kann.